3.1. Auf dem Weg zum mathematisch Unendlichen

Mathematikgeschichtler lassen eine erwähnenswerte Mathematik an der Universität Königsberg meist erst mit Friedrich Wilhelm Bessel (1784 – 1846) beginnen.[1] Bessel, der fünf Jahre nach dem Tod des Mathematikers Johann Schultz und zweieinhalb Jahre nach dem Tod von Johann Friedrich Gensichen nach Königsberg kam. Er kam dann allerdings vorrangig als Astronom. Doch vor ihm haben Schultz vor allem, Gensichen aber auch, in die Zukunft weisende Impulse für das Entstehen einer Mathematik des Unendlichen gegeben. Sie haben damit nicht unmittelbar und nicht in Königsberg, aber für Europa eine moderne Entwicklung mit angestoßen. Ihr Impuls ist aber dann so gut wie vergessen gewesen. Aber doch nicht ganz; G. Vivanti spricht einmal davon, dass bei Schultz „Keime“ angelegt waren, „deren Entwicklung der Cantorschen Mannigfaltigkeitslehre vorbehalten war.[2] Schubrig drückt es so aus: Schultz sei wohl „der einzige Mathematiker vor Cantor gewesen, der versucht hat, eine Theorie des Unendlich-Großen zu entwickeln ... und der auch ... die Differenz der Algebra des Endlichen und des Unendlichen berücksichtigte.“[3]

Bevor ich die Arbeiten der beiden genannten frühen Mathematik-Professoren darstelle, erinnere ich kurz daran, dass ihr Königsberger Kollege und Freund Immanuel Kant es war, der der Mathematik einen hohen Stellenwert gab, wenn er schrieb (in der Vorrede zu den „Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft“ von 1786): „Ich behaupte aber, daß in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.“ Oder: „...eine reine Naturlehre über bestimmte Naturdinge (Körperlehre und Seelenlehre) ist nur vermittelst der Mathematik möglich...“
Und ich weise darauf hin, dass 1789 Johann Schulz schrieb, dass „sowohl mathematische als philosophische Vernunftwissenschaften schlechterdings auf synthetischen Urteilen a priori beruhen“.[4] Diesem Satz in dem Buch „Prüfung der kantischen Critik der reinen Vernunft, 1. Theil“ (1789) war ein längerer Dialog mit Kant vorangegangen; schon Mitte 1788 hatte Kant ein Schultz-Manuskript der „Prüfung...“ mit kritischen Anmerkungen an Schultz zurückgeschickt.[5] Die „Prüfung“ ist nicht, wie der Titel suggeriert, eine Prüfung von Kants „Kritik der reinen Vernunft“, sondern eine *Prüfung und Bestätigung der Schultz'schen mathematischen Theorie aus der Sicht von Kants erster Kritik.* Hauptsächlich geht es um die Frage, was die im Buchtitel versprochene Prüfung *für die Geometrie* – und das heißt für Schultz: für die Parallelentheorie und die Mathematik des unendlich Großen – bedeutet. Dazu am Ende von 3.1. mehr.

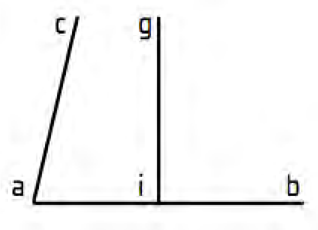
Insgesamt hat Schultz zwischen 1780 und 1791 – also ziemlich zeitgleich mit der „kritischen Phase“ Immanuel Kants – sechs Druckschriften zu „Parallellinien“ und „Unendlichgroßem“ veröffentlicht – von einer dreiseitigen Zeitschriften-Notiz bis zum über 360-seitigen „Wälzer“. Gensichen hat ein Buch, wörtliche Einträge in den Büchern von Schultz und eine anonyme Rezension von Schultz' letztem Buch zum Thema geliefert.

---

[1] Peter Roquette: Die Königsberger Mathematiker – Vorwort. In: Jahrbuch der Albertus-Universität zu Königsberg. Hg. v. Dietrich Rauschning u. Donata Nerée. Berlin 1995, S. 459-463.
[2] Giulio Vivanti: Infinitesimalrechnung. In: M. Cantor, 1908 / 1965, Bd. 4, S. 639-869, Zitat S. 658.
[3] Gerd Schubrig 1982: Ansätze zur Begründung theoretischer Terme in der Mathematik. Die Theorie des Unendlichen bei Johann Schultz (1739-1805). In: Historia Mathematica, 9 (4), 441-484. Zitat: S. 461
[4] Johann Schultz: Prüfung der kantischen Critik der reinen Vernunft, 1. Theil, 1789, S. 240
[5] Siehe dazu Erich Adickes' Klärungen u. Erläuterungen in I. Kant, Ges. Schriften, Bd. 14 (III/1), S. 24 ff.

3.1.1. Theorie der Parallellinien

Schultz geht auf das Thema „Parallellinien“ zu, indem er 1780 einen neuen Weg zeigt, auf dem man die Probleme lösen kann, die im 5. Postulat (= dem 11. Axiom; Schultz selbst spricht vom „11. Grundsatz“) des Euklid enthalten sind. Diesen schwierigen Satz versucht Schultz zu verstehen, indem er gerade von dem ausgeht, was dort *ganz unvermutet* eine Rolle spielt: vom Unendlichen. Dieses bleibt aber nicht nur „Ausgangspunkt“, sondern wird später für Schultz zum hauptsächlichen Gegenstand der Geometrie.
1780 erschein seine „Vorläufige Anzeige des entdeckten Beweises für die Theorie der Parallellinien“ in Königsberg.[6] Darauf reagierte Carl Friedrich Hindenburg 1781 mit einem Aufsatz ablehnend.[7] Schultz besprach wiederum diesen Aufsatz in der Beilage zum 28. Stück der „Königsbergischen gelehrten und politischen Zeitungen“ von 1782. Darin der markante Satz, der dort mit einer kleinen Zeichnung illustriert wird:
Wer „die Lage der geraden Linien gegen einander ohne Rücksicht auf die zwischen ihnen



liegende unbegrenzte Ebene allgemein bestimmen“ wolle, werde nie der Schwierigkeiten (von Euklids Postulat) Herr werden.[8]

Dem ersten Versuch folgte 1784 eine ausführlichere „Entdeckte Theorie der Parallelen nebst einer Untersuchung über den Ursprung ihrer bisherigen Schwierigkeit“. Schultz formuliert hier dasjenige *als Frage*, das später die Grundlage aller seiner Argumente für die Lehre von den Parallellinien wurde: „... ob sich nicht die Größe der ebenen geradlinigten Winkel durch die Größe der zwischen ihnen enthaltenen unbegrenzten Ebene bestimmen ließe, und ob nicht hiedurch die bekannte Schwierigkeit bey dem Berührungswinkel des Kreises völlig gehoben werden könnte“.[9] Die Themen „Unendlichgroßes“ und „Parallellinien“ gehören für ihn schon hier eng zusammen. Am Ende des Buches dann die Erklärung – für ihn eine Klärung: „Den unbegrenzten Teil der Ebene ACBA, der zwischen den Schenkeln AC, AB des Winkels CAB ohne Ende fort enthalten ist, wenn diese ohne Ende verlängert werden, nenne ich die Fläche des Winkels CAB.“[10] Und diese ist eben unendlich groß, weil nach einer Seite unbegrenzt.

Zu Schultz’ „Entdeckter Theorie...“ erschienen 1785 zwei Rezensionen – in der Allgemeinen Literaturzeitung Nr. 54 vom 5. März 1785 (S. 225-227) sowie in den Neuen Leipziger Zeitun-

---

6 Johann Schultz: Vorläufige Anzeige des echten Beweises für die Theorie der Parallellinien. In: Königsbergische gelehrte und politische Zeitungen, 1780, 11. Mai, S. 149 – 151. Diese Zeitschrift ist nicht mehr auffindbar; Erich Adickes zitiert aber Teile aus Schultz’ „Vorläufiger Anzeige“ in Kant, Ges. Schriften, Bd. XIV, S. 28 ff.
7 „Über die Schwürigkeit bey der Lehre von den Parallellinien. Neues System der Parallellinien“, in: Leipziger Magazin zur Naturkunde, Mathematik und Oekonomie, 1781, 2. Stück, S. 145-168
8 Kant, Ges. Schriften. Bd. XIV, Handschr. Nachlass Bd. I, S. 28
9 Schultz, Entdeckte Theorie..., S. 11
10 Schultz 1784, S. 68

gen vom 2. Juni 1785. Die Rezensenten waren Schultz damals nicht bekannt.
In der ALZ moniert der Rezensent das Fehlen der geometrischen Evidenz. Er wirft Schultz vor, dass er mathematische Sätze, von deren Gültigkeit man sich im endlichen Raum überzeugen könne, nun außerhalb der Grenzen dieses endlichen Raumes anwende – wo ein solches Sich-überzeugen-können aber gerade nicht möglich sei.[11]

Die beiden Rezensionen stellen sich Schultz letztlich so dar, dass ihre Verfasser eigentlich keine sachlichen Einwände vorbringen, sondern nur glauben, dass die implizierte Theorie des Unendlichen *für Anfänger* unverständlich sei.[12] Schultz reagiert auf sie mit einer 60-seitigen Verteidigungsschrift „Darstellung der vollkommenen Evidenz und Schärfe seiner Theorie der Parallellinien“ (Königsberg 1786). Und in ihr geht er jetzt noch weiter als noch 1784: Er versucht, die Allgemeingültigkeit seiner Lehrsätze von den Winkelflächen auf dreierlei Weise zu beweisen – und tut das auf insgesamt 15 Seiten.[13] – Wie sicher er seiner Sache ist, liest man in den Schlusssätzen der 1786er Publikation: „Hoffentlich wird es jezo kein Sachverständiger mehr für einen hohen Ton halten, wenn ich meiner Theorie der Parallelen eben die geometrische Evidenz und Schärfe beilege, welche irgend ein Satz im Euklides hat. Denn wer jezt noch im Stande ist, hieran zu zweifeln, den möchte ich wohl in seinen Zweifeln nicht weiter stöhren. Und so ist denn nun die bisherige Lücke in der Elementar-Geographie nicht nur aufs angenehmste ausgefüllt, sondern auch zugleich die Grundlage zu einer Wissenschaft da, von welcher man bisher kaum den Gedanken zu fassen wagte, nämlich zur Messkunst des Unendlichgrossen.“[14]
Das Zitat zeigt: Die „Vollkommene Evidenz“ von 1786 ist – wie ja auch die Titel schon zeigt – in einem sehr überzeugten Ton geschrieben. Schultz kann sich überhaupt nicht mehr vorstellen, dass Fachleute seiner Erkenntnis noch ernsthaft widersprechen können.
Das war allerdings schon 1783 der Fall gewesen, als er das Manuskript der „Entdeckten Theorie der Parallelen“ Kant zur Durchsicht gegeben hatte. Kant hatte damals dem jüngeren Kollegen zu dem Buch gratuliert („...ihre sinnreiche Theorie der Parallellinien...“) – in eben dem Brief, in dem er sich auch für Schultz’ Buch „Erläuterungen über des Herrn Professor Kant Critik der reinen Vernunft“ bedankt, das dann 1784 erscheinen sollte.[15]

3.1.2. Gensichens Bestätigung

Fast zeitgleich mit seinem Lehrer Schultz bringt Gensichen eine ähnliche, jedoch kürzere Verteidigungsschrift heraus, die sich teilweise gegen einen Schultz-kritischen Essay von Lazarus Bendavid richtet. Ihr Titel: „Bestätigung der Schultzischen Theorie der Parallelen und Widerlegung der Bendavidschen Abhandlung über die Parallellinien“ (Königsberg 1786). Während er sie verfasst, ist er noch Hauslehrer auf einem Schloss nahe Königsberg und vielleicht schon mit seiner Magisterarbeit beschäftigt.
In dieser 1786er Schrift geht es im Prinzip darum, „die Schärfe des von dem Herrn Hofprediger Schultz in seiner Theorie der Parallelen für den 11. Euklideischen Grundsatz gegebenen

[11] Allgemeine Literaturzeitung Nr. 54 vom 5. März 1785, Sp. 226.
[12] Schubrig (1982) S. 474
[13] Schultz: Darstellung der vollkommenen Evidenz..., S. 26 – 41.
[14] a. a. O., S. 60
[15] Brief von Schultz an Kant vom 17. 2. 1784; Ges. Schriften, Bd. X, Briefwechsel Bd. I, 2. Aufl. 1922, S. 368

Beweises“ zu verteidigen.[16] Diese Schärfe zeige sich in Schultz’ vier Lehrsätzen, die JFG präziser und kompakter wiedergibt als Schultz selbst: *„Gleiche Winkel haben gleiche Flächen. – Die Fläche des größeren Winkels ist größer als die Fläche des kleinern. – Winkel, die gleiche Flächen haben, sind gleich. – Von zweyen Winkeln ist der der größere, der die größere Fläche hat.*“[17]
Insbesondere verteidigt Gensichen den Satz: „Gleiche Winkel haben gleiche Flächen“. Schultz’ Kritiker hatten eingewendet: Da die gemeinten Flächen nicht von allen Seiten begrenzt seien, könne man bei ihnen gar nicht zwischen „gleich“ und „ungleich“ unterscheiden. JFG antwortet darauf: Es komme nicht auf eine gezeichnete Begrenzungslinie (durch welche ein Dreieck entstünde) an, sondern allein darauf, ob bei dem einen der beiden (gleich großen) Winkel eine Linie länger sei als bei dem anderen. Wenn sie das wäre, wären die Flächen unterschiedlich groß. Aber dieser Fall könne – laut Schultz’ vierter Erklärung – nicht eintreten, da in ihr „unter der Fläche des Winkels cAb die zwischen Ac, Ab *ohne Ende fortgehende* Ebene“ verstanden sei. „Also ist die Fläche cAb auf der Seite c, b, nicht begränzt, daher kann sie nicht kleiner seyn als die Fläche CAB. Eben so erhellt, daß die Fläche cAb auch nicht größer seyn kann, als die Fläche CAB. Also sind hier beyde Flächen nothwendig gleich.“[18]
Als JFG seinen Text schrieb, hatte er die Absicht, die beiden ersten Sätze von Schultz noch weiter und einfacher zu beweisen, als Schultz das 1784 getan hatte. Er wollte, anders als Schultz 1784, in seinem Beweis ohne einen Rückgriff auf den 2. und 8. Lehrsatz des Euklid auskommen. Er konnte dann aber Schultz’ 1786er Verteidigungsschrift schon vor deren Druck lesen – und musste feststellen, dass Schultz nunmehr „die Allgemeinheit seiner Lehrsätze von den Winkelflächen nach drey verschiedenen Methoden bewiesen“ hatte und dass Schultz’ zweiter Beweis „ziemlich genau“ mit dem von ihm selbst gefundenen Beweis übereinstimmte.[19] Gensichen druckt den von ihm gefundenen Beweis dennoch ab; denn dieser weist durchaus eine Besonderheit auf: er lässt sich „aus der bloßen Gleichheit der Flächen zweier Vertical-Winkel führen, ohne dass man an die Fläche des Dreiecks AHC im mindesten denken darf.“[20]
Gensichen muss freilich, jedenfalls pro forma, seinem Lehrer den Vorrang lassen und formuliert daher: „...um aber meiner Methode gleichfalls diesen Vorzug zu geben, will ich noch folgenden zweyten Beweis ... hinzufügen.“[21] Speziell geht es um den Lehrsatz, dass die Fläche eines größeren Winkels grundsätzlich größer ist als die eines kleineren, unabhängig davon, wo die Scheitel und Schenkel des Winkels liegen mögen. Gensichens Beweis lautet: „Man schiebe den Winkel caB so auf seinen Schenkel Ba zurück, daß aB auf AB fällt; so fällt ac auf AC, aF auf AF, und ae auf AE: folglich ist in dieser neuen Lage so wohl Fl. caB = Fl. CAB, als auch Fl. eaF = Fl. EAF. Wäre also die Fläche caB in der angenommenen Lage größer, als die Fläche CAB; so müßte sie durch das Zurückschieben kleiner geworden seyn, welches nicht möglich ist. Wäre dagegen die Fläche caB in der ersten Lage kleiner, als die Fläche CAB, und also auch Fl. eaF < Fl. EAF ...; so müßte die Fläche eaF durch das Vorwärtsschieben größer geworden seyn, welches wieder nicht seyn kann. Demnach ... sind beyde Flächen in dieser Lage gleich.“[22]

[16] Gensichen, Johann Friedrich: Bestätigung der Schultzischen Theorie der Parallelen und Widerlegung der Bendavidischen Abhandlung über die Parallellinien. Ein Versuch. Königsberg 1786, S. 5
[17] a. a. O., S. 10
[18] a. a. O., S. 15
[19] a. a. O., S. 6 + 7
[20] Schultz, Versuch einer genauen Theorie...S. 292, Anmerkung zu § 50
[21] Gensichen, Bestätigung..., S. 21.
[22] a. a. O., S. 21f.

JFG äußert sich auch zu dem schweren Angriff, den der Hallesche Mathematiker Johann Gustav Karsten soeben gegen Schultz geführt hatte. Während Schultz dessen Text in seiner 1786er Schrift nicht mehr berücksichtigen konnte, lag dieser JFG bereits vor: der 2. Teil der „Mathematischen Abhandlungen", Halle 1786 (Karstens letztes Buch; er starb 1787).
K.s Basisargument gegen Schultz war dieses: „Ausgedehnte Flächen congruieren, wenn sie zwischen einerley Gränzen enthalten sind. Wenn zwey Flächen zwar an einer Seite begränzt, an einer anderen Seite aber unbegränzt sind..., so fällt doch alle Idee vom congruieren an der unbegränzten Seite weg..."[23] Und weiter: „Unbegränzte Flächen kann man nicht vergleichen, die eine ist weder größer, noch kleiner, noch eben so groß als die andere."[24] Gensichen reagiert zunächst ganz konziliant: „Da dieser Einwurf ... die Schultzische Theorie in ihrem allerersten Princip angreift, ... so muß ich ... die Gründe aufzeigen, weßwegen ich ... die Schultzische Theorie noch ferner für befriedigend halte."[25] In einem späteren Satz schlägt JFG – auch hier recht freundlich – eine sanfte Uminterpretation eines Karsten-Satzes vor: Der Sinn des Satzes von der Nichtvergleichbarkeit unbegrenzter Flächen „scheint ... mir ... dieser zu sein, *man kann nicht wissen*, ob zwey unbegränzte Flächen gleich, oder ob sie ungleich sind, wenn es gleich gewiß ist, daß sie entweder gleich oder ungleich seyn müssen."[26] Mit diesem ebenso irenischen wie listigen – aber auch sauberen – Satz will Gensichen erreichen, dass die Schultzsche These jedenfalls *als gleichberechtigte These* anerkannt wird. Dann aber wird er deutlicher, obwohl immer noch konziliant: „Sollte Herr Hofrath Karsten aber wirklich haben behaupten wollen, der disjunctive Satz, von zweyen Größen ist die eine entweder größer, oder kleiner, oder eben so groß, als die andere, könne nicht gelten, wenn von zweyen unbegränzten Flächen die Rede ist; so würde ich glauben, dass ich hier ohne Verwegenheit anderer Meynung seyn dürfte..."[27]

In einem zweiten Teil seiner Broschüre befasst Gensichen sich mit einem Heft von Lazarus Bendavid, welches dieser, 24-jährig, verfasst hatte. Schon der Titel von Bendavids Schrift zeigt die Richtung seiner Argumentation: sie ist an Johann Gustav Karsten, also gegen Schultz gerichtet.[28]
B.s Schrift besteht aus einer 14-seitigen Vorrede und einer 16seitigen mathematischen Darstellung. In der Vorrede gibt Bendavid als Ziel an: „dem Schüler den 11ten Grundsatz [des Euklid] eben so deutlich und demonstrativ erweisen zu können, als ihm nur ein Satz im Euklid ... ist erwiesen worden."[29] Von vornherein erklärt er, dass er für seinen Beweis nichts verwenden wolle, „worinn Begriffe vom Unendlichen vorausgesetzt werden."[30]

Gensichen antwortet auf zwei Ebenen. Fast vorrangig ist diese: Er wirft Bendavid Missverständnisse oder ungründliches Lesen vor. Dabei wird er durchaus ironisch, bleibt aber höflich; er schüttelt den Kopf wie ein Lehrer über einen vorlauten mittelmäßigen Schüler. Während

[23] Johann Gustav Karsten: Mathematische Abhandlungen, 2. Teil, Halle 1786, S. 172 (zitiert bei Gensichen, Bestätigung, S. 13)
[24] Karsten, S. 175, zitiert bei Gensichen, Bestätigung, S. 15)
[25] Gensichen, Bestätigung, S. 14
[26] a. a. O., S. 15
[27] a. a. O., S. 16
[28] Lazarus Bendavid; Über die Parallellinien. In einem Schreiben an Herrn Hofrath Karsten. Mit einer Kupfertafel. Berlin 1786. – Das „Schreiben" umfasst allein schon 32 Seiten.[29] a. a. O., S. 4
[30] a. a. O., S. 8

Schultz die Sturheit seines berühmten Kollegen Karsten scharf zurückweist und lächerlich zu machen versucht, ist JFG gegenüber Bendavid fast ebenso konziliant, wie er es auch gegenüber Karsten ist. Einmal zeigt er, dass Bendavid sich in den mathematischen Begriffen nicht auskennt: Bendavid hatte es auf seiner S. 9 als einen Schultz'schen „Grundsatz" bezeichnet, wenn dieser die Größe eines ebenen Winkels durch die Größe der Ebene bestimmt sein lässt, die zwischen seinen ohne Ende verlängerten Schenkeln liege. Gensichen korrigiert nun: „Ich finde nirgends, daß der Herr Hofprediger diesen Satz als *Grundsatz* annimmt." Sondern er „nennt ihn in der Vorrede und in der Einleitung S. 57 ein *Princip.* Das ist doch wohl nicht mit Grundsatz einerley?"[31] Eine andere Passage: „.. die meisten Sätze in des Herrn Bendavids Theorie ... und alle Zusätze bey denselben sind unerwiesen, indem sie zuletzt alle auf dem 2ten Satz beruhen. Wäre aber auch der Beweis desselben richtig, so wären alle jene Sätze doch unerwiesen; denn der erste von ihnen, nämlich S. 4. Zusatz, auf den sich zuletzt alle übrigen gründen, ist, wie hernach gezeigt werden soll, nicht bündig dargethan."[32]

Was den eigentlichen, den mathematischen Dissens mit Bendavid betrifft, so geht es Gensichen vorrangig darum, „daß die Fläche eines Winkels ... allemal vergrößert wird, wenn die Fläche eines andern ... zu ihr hinzukommt."[33] Und das sucht er ausführlich zu beweisen.[34] Bendavid hatte ja der Argumentation mit unterschiedlich großen unendlichen Flächen zwischen zwei Winkellinien (dem zweiten Schultz'schen Satz) etwas anderes gegenübergestellt: Die Rede von größeren und kleineren Dreiecken. Während für Schultz galt, dass die (unendlichgroße) Fläche eines größeren Winkels vergrößert wird, wenn die (unendlichgroße) Fläche eines kleineren zu ihr hinzugesetzt wird, postuliert Bendavid, dass die Flächen ungleicher Winkel unendliche Größen von verschiedenen Ordnungen und somit gar nicht miteinander vergleichbar seien: „...so muß sein $\Phi = \infty^n$. Aber eben so wird ein anderer konstanter Winkel $\Psi = \infty^m$ seyn müssen, wo bald m größer oder kleiner wie n ist, je nachdem Φ kleiner oder größer wie Ψ ist. Daraus aber, wenn $n > m$, ist auch $\infty^n + \infty^m = \infty^n$, und ebenfalls $\infty^n - \infty^m = \infty^n$."[35] Gensichen „übersetzt" das: für B. „verschwinde ... die Fläche des kleineren Winkels gegen die Fläche des größern."[36] Dagegen JFGs eigene Konsequenz: Wenn ein Winkel durch das Hinzukommen eines zweiten vergrößert werde, dann werde auch die Fläche des einen durch die des anderen vergrößert; denn: „Die Flächen zweyer Winkel verhalten sich ... allemal wie die Winkel selbst."[37] Schließlich (wieder) ironisch: „Vielleicht hätte sich Herr Bendavid ... von der Unrichtigkeit seiner Ausdrücke für die Flächen ungleicher Winkel überzeugt, wenn es ihm gefallen hätte, über jene Stelle S. 63 [bei Schultz 1784] weiter nachzudenken."[38]

> Lazarus Bendavid hat 1789, also drei Jahre später in Berlin einen „Versuch einer logischen Auseinandersetzung des mathematischen Unendlichen" herausgebracht. Darin nichts mehr über die Königsberger – und auch nichts mehr über Parallellinien. Nur: Die Kritik an diesem Buches, 120 Jahre später von Moritz Cantor oder Giulio Vivanti formuliert, ist ähnlich negativ, ja höhnisch: „Je un-

[31] a. a. O., S. 39
[32] a. a. O., S. 61f.
[33] a. a. O., S. 17
[34] a. a. O., S. 17-19
[35] Bendavid, S. 12, zit. bei Gensichen, Bestätigung, S. 30.
[36] Gensichen, Bestätigung, S. 29
[37] a. a. O., S. 32
[38] ebenda

> mathematischer die Bendavidsche Theorie des Unendlichen ist, desto unphilosophischer ist sein Schlusssatz.“ M. a. W. Bendavids neuer Versuch sei „schlicht unhaltbar“.[39]

Ein anonymer Verfasser hat Jahre später, 1796, vier Schriften von und zu Schultz besprochen: Schultz’ „Entdeckte Theorie...“, Lazarus Bendavids „Theorie der Parallelen“, Gensichens „Bestätigung...“ und Schultz’ „Darstellung der vollkommenen Evidenz...“. Ich werde die Bewertungen durch den Anonymus hier nicht detailliert wiedergeben. Was aber Bendavids Schrift betrifft, so urteilt er, obwohl er ansonsten die Ansichten von Schultz und JFG ablehnt, ganz ähnlich wie Gensichen, oft auch mit ähnlicher Ironie. Der Schlusssatz des Ungenannten mag das illustrieren: „Es ist gleich viel auf welche seiner Sätze Hr. B. die Beweise des 14ten Satzes gründet. Denn da er jene nicht bewiesen hatte; so war es eine nothwendige Folge, so bald übrigens der Verfasser in seiner Inconsequenz consequent verfuhr, daß er seinen 15ten und 16ten Satz auch nicht beweisen konnte.“[40] – Der Anonymus charakterisiert hingegen JFG sehr freundlich: „...wird jeder Unbefangene, auch in diesen [zuvor erwähnten] Sätzen des Herrn Gensichen, den scharf- aber mehr tiefsinnigen Selbstdenker wahrnehmen“.[41] Liest man die Schrift des Anonymus, so staunt man, dass er so loben kann. Denn seine Schrift ist sonst voller Eitelkeiten, ja Naseweisheiten. JFG ist vergleichsweise zurückhaltender und souveräner.

3.1.3. Mathematische Theorie des Unendlichen

Während Schultz gerade seine 1786er Verteidigungsschrift veröffentlichte, erschien (wie schon erwähnt) auch der wirklich heftige Verriss von dem Halleschen Mathematiker Johann Gustav Karsten. Darauf musste Schultz in seinem nächsten Buch eingehen. Dieses erschien 1788 mit einem Umfang von 368 Seiten: „Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen, Erster Theil vom Unendlichgroßen, und der Meßkunst desselben“[42] (Königsberg/Leipzig 1788). Immer wieder geht es darin um Karstens (von JFG schon auf- und angegriffenes) grundlegendes Argument: „Wo aber keine Gränzen sind, kann man auch keine Vorstellung von dem haben, was dazwischen enthalten ist.“[43] Und Schultz’ „kleiner Fehler“ sei es, dass bei ihm „das, was allererst bewiesen werden sollte, schon als bekannt vorausgesetzt wird.“[44] M. a. W. Schultz drehe den Sinn eines Beweises gänzlich um.[45]

Markant – und oft den Fluss störend – sind in Schultz’ neuem Buch die ebenso ausführlichen wie gereizten Repliken auf die Kritiken durch Hindenburg, vor allem aber auf den Verriss

---

[39] Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, hg. V. Moritz Cantor, 4. Bd. Leipzig 1908; Abschn. XXVI (von G. Vivanti), S. 659f.
[40] Anonymus: Bemerkungen über die Theorie der Parallelen des Herrn Hofprediger Schultz und der Herren Gensichen und Bendavid. Libau 1796, 210 Seiten, Zitat: S. 118
[41] a. a. O., S. 145
[42] Schultz’ „Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen“ erschien mit dem Zusatz „Erster Theil“, jedoch ist ein zweiter Teil nie erschienen. Es wäre aber nicht verkehrt gewesen, wenn Schultz’ nächstes Buch unter dem Titel „Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen – 2., philosophischer Teil“ erschienen wäre. Stattdessen trägt dieses den (zunächst) verwirrenden Titel „Prüfung der Kantischen Critik der reinen Vernunft“. – Originell ist, dass auch diese „Prüfung...“ mit dem Zusatz „1. Theil“ erschien – ein Versprechen, das Schultz dann (wieder) nicht einhalten konnte.
[43] J. G. Karsten: Mathematische Abhandlungen, 2. Teil, Halle 1786, S. 172
[44] a. a. O., S. 189
[45] a. a. O., S. 174

durch Karsten. Man liest etwa: „Also hebt der Karstensche Satz ... den obersten Grundsatz der ganzen Mathematik auf...“[46] Oder: „War es Euklids Schatten, der ihn...“ (Karsten) in die Lage versetzte, „...meine gefährliche Theorie der Parallelen auf einmal zu zernichten; so darf ich mich eben nicht betrüben, dass ... Euklidens Geist nicht auf mir ruht.“[47]. Die Konzilianz Gensichens hat Schultz nicht, kann er wohl auch nicht haben. Aus der Gewissheit, man könne gar nicht anders, als seinen Prinzipien zuzustimmen, ist der Ärger über die Borniertheit der Ablehner geworden. So ist dieses Buch, das (vorwärts gewandt) dem Ausbau der Unendlichkeitstheorie dienen soll, zu großen Teilen rückwärts gewandt: eine Verteidigung der Parallelentheorie, ein Vorgang, den Schultz 1784 schon glaubte abgeschlossen zu haben.

Schultz’ umfangreiches Buch besteht aus drei Teilen: „Vom absolut Unendlichen“ (S. 3 – 163), „Vom relativ Unendlichen“ (S. 164 – 198) und „Messkunst des Unendlichgroßen“ (S. 199 – 368). Ich stelle den Inhalt hier etwas ausführlicher dar; denn in mehreren Hinsichten und an mehreren Stellen ist darin die Mitarbeit von JFG erkennbar.
D e r e r s t e T e i l beginnt mit einer Definition von „unendlich“: „Eine Größe heißt an sich oder im absoluten Sinne unendlich, wenn sie nicht endlich ist, und zwar unendlich groß, wenn sie größer, unendlichklein aber, wenn sie kleiner ist als jede endliche Größe.“[48]. Z. B. müsse „eine Linie, die von einem gewissen Punkte anfängt, wenn sie unendlich groß seyn soll, wenigstens nach einer Seite hin als unbegrenzt und ohne Ende fortgehend gedacht werden.“[49] Später erklärt Schultz, „daß der Begriff des Unendlichgroßen gar nicht den Begriff des Größesten in sich schließt.“[50] Und das Unendlichgroße sei auch nicht, wie Karstens meine, „nur Eins“.[51] Denn das würde „der ganzen Mathematik“ widersprechen.[52] – Dann geht es um die objektive Realität einer „unendlichen Menge“. Schultz bejaht sie (und argumentiert hier mit Kant): „ ... ist auch die Idee einer *unendlichen Menge* nichts weiter als die Form, nach welcher allein die *Vernunft* ihrem Erkenntnisse von der Menge *Totalität*, oder *Vollständigkeit* geben, und sich bis zur *Allheit* erheben kann.“[53] Die subjektive Gültigkeit der Idee einer unendlichen Menge sei unleugbar. Aber eine *unendliche Menge* sei auch objektiv real, wenn sie sich im unendlichen Raum und in der unendlichen Zeit darstellen lasse.[54] Und beide seien konkrete Größen und keine Chimären. Schultz stellt dar, dass „die geometrischen“ Figuren „ins Unendliche theilbar“ seien[55] und dass überhaupt „die Materie ins Unendliche theilbar und das Weltgebäude unendlich groß sey.“[56]
Und weiter: Im unendlichen Raum und der unendlichen Zeit, in dem „das Unendlichgroße keineswegs nur eins“ sei, könne unter mehreren unendlichen Größen eine größer als die andere sein – und diese unendlichen Größen seien auch „ungeachtet ihrer Unendlichkeit, noch immerfort einer weitern Vermehrung fähig...“[57]

---

[46] Versuch einer genauen Theorie, S. 66
[47] a. a. O., S. 103
[48] a. a. O., S. 8, § 7
[49] a. a. O., S. 15, § 9.
[50] a. a. O., S. 21, § 15.
[51] a. a. O., S. 21, § 16.
[52] a. a. O., S. 27, § 18.
[53] a. a. O., S. 38, § 20.
[54] a. a. O., S. 34ff, § 20 ff.
[55] a. a. O., S. 78, § 31.
[56] a. a. O., S. 73, § 29.
[57] a. a. O., S. 91, § 34.

Gegen Ende des ersten Teils geht es um die Frage, ob bzw. inwieweit die Regeln der Arithmetik der endlichen Zahlen auf das mathematisch Unendliche überhaupt anwendbar seien. Unter anderem geht es dabei für Schultz um (bzw. gegen) Karstens Schlussfolgerung, dass der Satz $\infty + a = \infty$ falsch sei. An dieser Stelle seiner Argumentation rückt er – zwischen §§ 43 und 44 – einen kleinen Beitrag von Johann Friedrich Gensichen ein, in dem dieser den Satz $\infty + 1 = \infty$ analytisch beweist: „Hr. Gensichen ... erwähnte mir vor einigen Tagen, wie er auf eine sehr leichte Methode gekommen, den Satz $\infty + 1 = \infty$ analytisch zu beweisen, und die es verdient, daß ich sie mit seiner Bewilligung hier anführe. – Man setze die Gleichung $x = x + 1$. Da nun in einer einfachen Gleichung, die nur eine unbekannte Größe enthält, letztere nur einen bestimmten Werth hat; so muß sich derselbe auch finden lassen, und wenn daher die Gleichung, wie es den Schein hat, in der That widersprechend ist; so wird der gesuchte Werth für x eine unmögliche Größe seyn müssen. Allein wenn $x = x + 1$ ist; so ist $x - x = 1$, folglich $(1–1)\, x = 1$, also $x = {}^{1}/_{1-1} = {}^{1}/_{0} = \infty$. Also zeigt die Auflösung, dass die Gleichung allemal richtig ist, wenn $x = \infty$ ist.“[58]

D e r z w e i t e T e i l „Vom relativ Unendlichen“ soll die Brücke bilden zwischen jenen Aussagen im ersten Teil, in denen Schultz postuliert, dass unter mehreren unendlichen Größen eine größer als die andere sein könne – und dem dritten Teil „Meßkunst des Unendlichen“, der schließlich die Frage beantworten soll, „ob und in wie fern die Ordnungen des Unendlichgroßen was Reales, oder bloße heuristische Fictionen und nichtsbedeutende Ausdrücke sind...“[59] Die Antwort geben könne „lediglich ... eine ... Wissenschaft, die meines Wissens noch nicht existiert, nemlich ... (eine) ... Geometrie oder Meßkunst des Unendlichgroßen“.[60] Schultz kündigt an, dass er im Folgenden „einen Versuch machen [wolle], ob und wie weit sich die Anfangsgründe dieses ohne Zweifel erhabensten Theils der Meßkunst mit gehöriger Deutlichkeit und Schärfe festsetzen lassen.“[61]

D e r d r i t t e T e i l (ab der Seite 199) enthält dann diese „Meßkunst“: eine „Wissenschaft..., von welcher man bisher kaum den Gedanken zu fassen wagte.“[62] Dieser 3. Teil des Buches beginnt neu mit § 1 und mit einer Einleitung. Es sieht so aus, als sei er schon früher fertig gewesen, aber nachträglich angehängt worden. Auch die Holprigkeit des zweiten Teils – der nur mühsam einen Übergang herstellen kann – lässt auf ein sekundäres Zusammenbinden schließen.
Teil 3 besteht seinerseits aus drei Teilen: den „Anfangsgründen der Meßkunst des Unendlichgroßen“ (auf 13 Seiten), den „Anfangsgründen der gemeinen Meßkunst des Unendlichgroßen“ (auf 121 Seiten) und den „Anfangsgründen der höhern Meßkunst des Unendlichgroßen“ (auf 36 Seiten). Dabei hat die *gemeine* Messkunst „bloß die unendlichen geraden Linien und diejenigen Flächen und körperlichen Räume zum Gegenstande, auf welche sich die Elementargeometrie einschränkt“[63], die *höhere* Messkunst aber „untersucht alle unendlichgroße krummen Linien nebst denjenigen Flächen, die zu den Objecten der höheren Geometrie gehören.“[64] Am jeweiligen Zielpunkt liefert Schultz Formeln: „Jede unendliche gerade Linie ist entweder $= \infty\gamma$;

[58] Versuch einer genauen Theorie..., S. 131f., Anm.
[59] a. a. O., S. 175, § 67.
[60] ebenda
[61] ebenda
[62] a. a. O., S. 60
[63] a. a. O., S. 211, § 11.
[64] a. a. O., S. 211, § 12.

oder 2 ∞ γ", je nachdem ob sie einen Anfangspunkt hat oder nicht.[65] „Die ganze unendliche Ebene ist ein unendlicher Kreis, dessen ... Durchmesser = 2 ∞ γ ist."[66] Und dann: „...so ist die ganze unendliche Ebene = $\pi\ \infty^2\ \gamma^2$".[67]

Ein zweiter Verweis auf Johann Friedrich Gensichen findet sich im Buch dort, wo Schultz erklärt, dass die drei Winkel eines Dreiecks zwei rechten Winkeln gleich seien: „Hr. Gensichen ... hat ... in seiner Bestätigung der Schultzischen Theorie etc. 1786 S. 26. 27. ... gezeigt, wie sich der Beweis nach drei verschiedenen Methoden aus der bloßen Gleichheit der Flächen zweier Vertical-Winkel führen lässt, ohne dass man an die Fläche des Dreiecks AHC im mindesten denken darf."[68]

Nach der „gemeinen Meßkunst" behandelt Schultz noch die „höhere Meßkunst des Unendlichroßen" mit der Frage, „ob es ... auch Zwischenordnungen des Unendlichen ... gibt..."[69]. Dabei geht es um die „Rectification unendlichgroßer krummer Linien" (S. 333 – 338), die „Quadratur unendlichgroßer krummlinigter Flächen (S. 338 – 357) und die „Cubatur unendlichgroßer körperlicher Räume" (S. 358 – 368).
Auf der letzten Seite des Buches werden die vorher berechneten „körperlichen Räume" nochmals aufgelistet, nunmehr nach ihrer Größe geordnet; beginnend mit dem kleinsten: vom „halbcylindrische(n) Raum = $a^2\infty$" bis hin zum „parabolischen Seitenraum..., und von diesen ist endlich der größeste mögliche Raum der ganze unendliche = $^4/_3\,\pi\,\infty^3$", und dieses ist zugleich das absolute Maximum alles Unendlichen, mithin aller Größe."[70]

Ausführungen in § 21 des dritten Teils bringen den ganz grundsätzlichen Dissens mit seinen Kritikern zur Sprache: ob der Mathematiker „die Vorstellung der unendlichen Linie KB etwa durch fortgesetztes Addiren einer endlichen Linie KL erhalten" wolle – oder ob „er nicht vielmehr umgekehrt; wenn er sich die endliche Linie KL vorstellen will, dieselbe schlechterdings schon in der unendlichen Linie KB zu denken gezwungen sey, und also die Vorstellung der endlichen bloß durch Begrenzung der unendlichen bekommen habe?"[71] Seine Kritiker gehen vom Endlichen aus und versuchen, sukzessiv (durch Addition) zu einer Art von Unendlichkeit zu gelangen, die (unendlich) fern von ihrem gedanklichen Ausgangspunkt ist – und finden kein Verständnis für Schultz' genau entgegengesetzten Weg: *die Unendlichkeit der Linien als Voraussetzung.* Schon 1784 hatte er seine Perspektive genannt: Die gesamte Parallelentheorie gründe sich „bloß auf dem Prinzip: daß die Größe eines ebenen Winkels durch die Größe der Ebenen bestimmt wird, die zwischen seinen ohne Ende verlängerten Schenkeln liegen."[72] Mithin: Der vorfindliche Winkel, der beim Zusammentreffen zweier Linien entsteht, ist nicht die Voraussetzung, auf welche dann die Schlussfolgerung, dass es unendliche Winkelflächen gebe, folgt – *sondern Schultz' Blickrichtung ist gerade umgekehrt!*

[65] a. a. O., S. 234, § 26.
[66] a. a. O., S. 299, § 70.
[67] a. a. O., S. 304, § 71.
[68] a.a.O., S. 291, Anmerkung zu § 50
[69] a. a. O., S. 332, § 133.
[70] a. a. O., S. 368, § 174.
[71] a. a. O., S. 231, § 21.
[72] Schultz, Entdeckte Theorie der Parallelen, Vorrede, ohne Paginierung.

3.1.4. Gensichen: der zustimmende Kritiker

Dieses Schultz'sche Buch wurde in der Allgemeinen Literaturzeitung vom 25. 9. 1788, Sp. 825-828 rezensiert; wie immer in der ALZ: anonym. Die Besprechung ist völlig verschieden von den oben genannten schriftlichen Meinungsäußerungen, gegen die Schultz sich bisher hatte zur Wehr setzen müssen: ganz irenisch und zustimmend. So kann eigentlich nur ein Freund geschrieben haben. *Ich habe folgende Gründe, als Rezensenten Gensichen zu vermuten, der damit Schultz einen Freundschaftsdienst erwiesen hätte:*
(1) Der Rezensent stellt sich in keinem Falle auf die Seite von Schultz' Gegnern – obgleich er sie erwähnt. (2) Seine wenigen *kritischen* Anmerkungen sind sehr moderat, ja: einfühlsam; eben so konziliant, wie JFG schon in dem (oben dargestellten) Büchlein gegen Bendavid und Karsten aufgetreten war. Teilweise setzt er die Kritik an Schultz nur in Klammern. Oder er spricht er von den „in den ersten Grundlehren dieser Wissenschaft noch (!) liegenden Mißverständnissen und Dunkelheiten" (Sp. 825) und moniert zweimal die Umständlichkeit der Darstellung: einmal in dem hier rezensierten Buch (Sp. 826), einmal in den vorangehenden Schriften über die Theorie der Parallellinien (Sp. 828). Aber „umständlich" heißt ja auch: gründlich – und nicht falsch! (3) Tatsächlich kritisch ist der Rezensent nur, wenn er feststellt, „daß man unbegrenzt seyn, und unendlich seyn, nicht immer gehörig von einander unterschieden hat." (Sp. 827). Aber selbst hier bleibt er irenisch: „Man" hat ja nur „nicht immer" zwischen beidem unterschieden. Also oft eben doch. Wörtlich: „Man sieht aus allem, was der Hr. Verf. beybringt, daß seine unendlichen Größen immer zum Theil *begränzte* sind" (Sp. 827). Und ferner, „daß man „*unbegränzt seyn,* und *unendlich groß seyn* nicht immer gehörig von einander unterschieden hat" (Sp. 827) Das sei wohl der Anlaß zu „allen Zweydeutigkeiten" in der Lehre vom Unendlichen. Diese Kritik (an Schultz) kann man auch ganz gut verstehen als Hinweis an die Kritiker: Wenn ihr diese Unterscheidung überall hineindenken würdet, würdet ihr den Anlass für eure Kritik verlieren! – Schultz hat sich zwar in seinem nächsten Buch gerade gegen diese einzig echte Kritik des Rezensenten gewehrt (Prüfung der kantischen Critik der reinen Vernunft, Bd. 1, S. 60, Anm: „Der bescheidene Recens. meines V. e. g. Theorie des Unendl. in der A. L. Z. muß diese Bestimmungen übersehen haben, wenn er sagt, daß meine unendlichen Größen immer zum Theil begrenzte wären, ganz unbegrenzte würden unausmeßbar seyn." Aber diese Replik ist schwach. Denn zum einen nennt er den Rezensenten einen *bescheidenen* Mann; was soviel heißt wie „dezent", „unprätentiös". Und zum andern widerspricht er ihm nur halb; denn in der Rezension war ja nicht nur das „immer zum Theil begränzt sein" moniert worden, sondern auch, „daß man unbegränzt seyn, und unendlich groß seyn nicht immer gehörig von einander unterschieden" habe. Und das ist tatsächlich bei Schultz der Fall – und es wäre korrigierbar – und Schultz bestreitet in seiner kurzen Replik diesen Teil der Kritik auch nicht.
Es fällt dann (4) auch auf, dass der Rezensent die auf Kants Philosophie sich beziehenden und berufenden Aussagen von Schultz besonders ausführlich wiedergibt. Das lässt noch mehr an einen Autor aus Königsberg denken. Zumal fast nur ein Königsberger Vertrauter wissen konnte, dass Schultz nach dem Erscheinen des „Versuchs" schon seine nächste Publikation vorbereitete. Und wer wenn nicht jemand, der Schultz und Kant nahe stand, konnte zu dieser Zeit wissen, dass Schultz' nächstes Buch dessen Unendlichkeitstheorie ganz dezidiert in einen Kant'schen Zusammenhang stellen würde: Die „Prüfung der kantischen Critik..."
Schließlich (5) habe ich die durchschnittliche Satzlänge in dieser Rezension (31, 3 Worte) verglichen mit der einzigen anderen Rezension, die Gensichen geschrieben hat: die von Fichtes Offenbarungskritik. (Ich behandle letztere in Teil 3.3.) In Gensichens Fichte-Rezension sind

die Sätze im Durchschnitt nur um 0,1 Worte kürzer (31,2 Worte). Das ist kein Beweis dafür, dass Gensichen die Rezension geschrieben hat; aber es ist ein starker Beleg.

Schon Mitte 1788 hatte Kant ein (mindestens 70seitiges) Schultz-Manuskript der „Prüfung..." mit kritischen Anmerkungen an Schultz zurückgeschickt.[73] Wenn jemand wie Gensichen immer wieder in der „Werkstatt" von Schultz weilte und mitwirkte, lag es sehr nahe, gerade jetzt in einer Rezension den Akzent stärker auf die kantischen Begründungszusammenhänge zu setzen. Sicherlich kannte er den Kant-Schultz-Gedankenaustausch genau.

Neben den genannten nenne ich noch drei andere Indizien, die auf Gensichen deuten: 1. Von den wichtigen Begriffe, die in dem Buch mehrmals vorkommen, erscheinen 14 in der Rezension in genau der gleichen Reihenfolge wie im Buch; sechs andere erscheinen ebenfalls, jedoch in anderer Reihenfolge. Das sieht nach einer vom Rezensenten hergestellten Kurzfassung aus, die hier zugrunde liegt. So kann zwar jeder andere auch an die Arbeit gehen. Faktisch hatte bisher aber keiner der uns bekannten Schultz-Rezensenten so gearbeitet. – 2. Der Rezensent spricht immer und nur vom „Herrn Verfasser", während Schultz in der einen der beiden 1785er Rezensionen „H. Schulz", in der anderen „H. Schulze" genannt wird. Vom „Verf." (und nur so) spricht Gensichen auch in der einzigen anderen von ihm verfassten Rezension, die er drei Jahre später schrieb: einer Besprechung von Fichtes Offenbarungskritik (auch diese in der ALZ). In ihr ist auch die Art der Darstellung genau dieselbe wie hier. Und auch die Fichte-Rezension ist wie die Schultz-Rezension sehr freundlich formuliert.
Diese Freundlichkeit ist ja überhaupt ein Wesenszug von Gensichen – gerade auch bei sachlichem Streit. Ich habe das oben bei der Darstellung seiner Bendavid-Schrift gezeigt.

3.1.5. Kant als Gewährsmann

1789 erscheint also Johann Schultz' „Prüfung der Kantischen Critik..." – jenes Buch, das erst nach intensivem Gedankenaustausch mit Kant druckfertig wurde. Man muss diese „Prüfung" als Fortsetzung von Schultz' Arbeit an seiner Parallelen- und Unendlichkeitslehre wahrnehmen. Ihr Titel könnte auch lauten: *Prüfung und Bestätigung der Schultz'schen Theorie aus der Sicht von Kants Erster Kritik.* Denn während Schultz die Logik auf neun, die Physik auf drei und die Metaphysik auf zwei Seiten behandelt (die beiden letzteren mit dem Ausblick auf spätere ausführlichere Behandlung), stehen für die Geometrie 116 und für Arithmetik und allgemeine Mathesis immerhin noch 17 Seiten zur Verfügung. Und immer geht es um die Frage, was die im Buchtitel versprochene Prüfung *für die Geometrie* bedeutet.
Tatsächlich hatte Schultz ja in seinen vorangehenden Schriften nicht einen *Beweis* vorgelegt (wie er jedoch jahrelang formulierte), sondern ein unmittelbar einleuchtendes *Axiom* aufgestellt. Aber er hatte dafür den Begriff „Axiom" nicht verwendet. Er sprach von „vollkommener Evidenz" und meinte damit, dass seine Argumentation mit den unendlich großen Winkelflächen unmittelbar einleuchtend sei. Aber „unmittelbar einleuchtend" ist nicht gleichzusetzen mit „stringent bewiesen". Er war insofern in einem Dilemma – in dem typischen Dilemma von Pionieren: Sie kommen aus der Vergangenheit und haben etwas Zukünftiges, Neues gefunden, aber sie haben noch nicht den adäquaten *Begriff* für dieses Neue gefunden. Schultz blieb bei

[73] Siehe dazu Erich Adickes' Klärungen und Erläuterungen in I. Kant, Ges. Schriften, Bd. 14 (III / 1), S. 24 ff.

diesem Dilemma nun nicht stehen, sondern machte einen neuen Versuch, es zu überwinden. Das geschah eben in der „Prüfung der Kantischen Critik der reinen Vernunft...“ von 1789.[74]
Die entscheidende neue Erkenntnis bei Schultz brachte Kants Lektüre des Manuskripts der „Prüfung...“; sie ist in einem Brief von Kant an Schultz dokumentiert. Schultz hatte dort für die allgemeine Arithmetik nur beansprucht, dass sie *analytische Erkenntnis* enthalte. Kant legt ihm nun aber sehr nahe, für die Arithmetik zu beanspruchen, dass sie „synthetische Erkenntnis a priori“ enthalte – den höchsten Adelstitel, den Kant vergeben konnte.[75]
110 Jahre später würde der Begriff „Axiom“ so ausgearbeitet sein (David Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ von 1899), dass er einem mathematischen Verständnis des Unendlichgroßen dienen konnte: „Axiom“ als nicht abgeleiteter – womöglich nicht ableitbarer – Grundsatz einer Wissenschaft. Dieses Hilbertsche Instrument stand Schultz noch nicht zur Verfügung; aber Kants Erkenntnistheorie brachte ihn schon sehr in dessen Nähe. Er konnte jetzt sagen: „Der Geometer kann sich also bey den geometrischen Grundsätzen auf seine Anschauung a priori ganz sicher berufen“[76], da „sowol mathematische als philosophische Vernunftwissenschaften schlechterdings auf synthetischen Urteilen a priori beruhen“.[77] Das gilt auch schon für alle Postulate und Axiome der Geometrie: Es ist „unwidersprechlich gewiß..., daß alle Postulate und Axiome der Geometrie durchaus synthetisch sind... Sätze, die eine solche unmittelbare Gewissheit mit sich führen, daß sie nicht nur keines Beweises bedürfen, sondern desselben gar nicht mehr fähig sind.“[78]
Schultz ist also in der „Prüfung“ auf dasjenige eingegangen, das ihm immer wieder als Kardinalfehler vorgeworfen worden war: Dass er von einer Grundbehauptung ausgehe, die erst noch empirisch verifiziert werden müsse; dass er nicht induktiv = wissenschaftlich arbeite, sondern deduktiv. Und *eben das* macht er nun zum Hauptargument. Jetzt kann er sagen: Ja, deduktivistisch, so ist es: Ich zitiere ein synthetisches Urteil a priori oder (um mit Hilbert zu formulieren) einen nicht deduktiv abgeleiteten Grundsatz meiner Wissenschaft.

Schultz kann nun auch recht genau beschreiben, woran seine Gegner kranken und worin er sich von ihnen unterscheidet: Die Vorstellungen der Mathematik des Unendlichen, „bey denen sich nicht nur unser Verstand, sondern sogar unsere Imagination in Verlegenheit sieht, Vorstellungen, deren scheinbare Widersprüche zu heben, dem Geometer so viel Mühe und Anstrengung kostet, daß er zuverlässig die ganze Stetigkeit und unendliche Theilbarkeit des Raumes als die ungereimteste Chimäre verbannen würde, wofern er nicht von ihnen eine unmittelbare apodictische Gewißheit hätte.“[79]

---

[74] „Prüfung der Kantischen Critik der reinen Vernunft, 1. Theil“ (zuerst 1789; in 2. Auflage 1791). – Diese Publikation wird im Zusammenhang mit Parallellinien und Unendlichgroßem meist nicht beachtet, weil man – ohne hineinzugucken – für ein unmathematisches Buch hält. Das ist aber ganz falsch. Tatsächlich stellt die „Prüfung...“ die gedankliche Krönung aller vorangehenden Schultzschen Arbeiten zu diesem Themenblock dar. (Sie darf übrigens auf keinen Fall verwechselt werden mit Schultz’ „Erläuterungen über des Herrn Professor Kant Critik der reinen Vernunft“ von 1784.)
[75] Kant an Schultz, Kant, Ges. Schriften, Bd X (2. Aufl.), S. 554ff, besonders S. 555. –
(Einen 2. Band der „Prüfung...“ ließ Schultz 1792 folgen. Dieser ist etwas umfangreicher als der 1. Bd., enthält aber vor allem Polemik und Antwort auf Polemik, häufig mit dem Adressaten Eberhard.)
[76] Schultz, Prüfung der Kantischen Critik der reinen Vernunft. 1. Teil, 1789 (1. Aufl.), S. 82
[77] a. a. O., S. 240
[78] a. a. O., S. 71.
[79] a. a. O., S. 112.

Dieser Teil von Schultz' Werk – die ausdrückliche Einordnung seiner mathematischen Spitzenaussagen in das Kantsche System – ist das Wichtigste, was er zum Thema des mathematischen Unendlichen überhaupt geschrieben hat. Die hier gefundenen Formulierungen und Zusammenhänge sind ein direktes Ergebnis des Dialogs mit Kant.[80]

3.1.6. Existentieller Schock angesichts des Unendlichen

So wichtig die erkenntnistheoretisch klare Einordnung des mathematischen Unendlichen und der Rede vom Unendlichen ist, so berührt es einen doch auch – auf einer völlig anderen Ebene – wenn Schultz ganz existentiell berichtet, Erlebnisse schildert, wie das unwidersprechlich, ja unwiderstehlich Gewisse und doch Unbeweisbare „über ihn gekommen" ist. Es spricht davon, wie nach sehr langem vergeblichen Suchen und Probieren mit einer „Lieblingsidee"[81] die „Enthüllung eines Geheimnisses" über ihn gekommen sei: „...und schon wollte ich eines Tages, nach sehr scharfem Nachdenken darüber, alle weitere Untersuchung gänzlich aufgeben, als mitten unter diesen Gedanken plötzlich die Idee eines ganz leichten Beweises für den kritischen eilften Grundsatz des Euklides in mir entstand... In einer Art von Bestürzung ging ich an meinen Schreibtisch, brachte den Beweis zu Papier, und sahe das große Räthsel der Geometer ... so vollkommen ... aufgelöst, als man es wohl nie hätte vermuten können." Das war so sensationell, „daß ich kaum meinem Bewußtsein traute." [82] Im Widmungsschreiben an Staatsminister von Zedlitz spricht er von der „Enthüllung eines Geheimnisses ..., das ... bisher unauflöslich geblieben ist."[83]. Das ist schon religiöse Sprache. Und tatsächlich; Schultz schreibt: „Möchte doch jede von den Schwierigkeiten, die noch die übrigen Wißenschaften und Kentniße der Menschen drücken, sich eben so evident und apodiktisch lösen laßen, als die schon fast für unauflöslich gehaltene Schwierigkeit in der Lehre von den Parallellinien nun aufgelöset ist! Doch! Dieses wäre für unsern jetzigen Raupenstand zu viel begehrt! Dann würden wir ... schon überhaupt im Schauen wandeln." Ebenfalls in Schultz' Widmungsschreiben die Formulierung, ihm sei die Beweisidee über die Winkelflächen „voll Licht und Klarheit" deutlich gworden. [84] Und Schultz schließt mit einem Satz des Apostels Paulus aus dem 1. Brief des Paulus an die Korinther, Kap. 13, Vers 12: „Wir sehen jetzt durch einen Spiegel ein dunkles Bild; dann aber von Angesicht zu Angesicht."[85]

Andere Mathematiker haben ähnliche „Offenbarungs"-Erfahrungen gemacht, z. B. (in großer zeitlicher Nähe zu Schultz) Carl Friedrich Gauß[86] und später Georg Cantor. Dieser schrieb

---

[80] Siehe dazu Erich Adickes' Klärungen und Erläuterungen in I. Kant, Ges. Schriften, Bd. 14 (III / 1), S. 24 ff. – Neuerdings auch Gregor Büchel: Geometrie und Philosophie. Zum Verhältnis beider Vernunftwissenschaften im Fortgang von der Kritik der reinen Vernunft zum Opus postumum, 1987 (Kantstudien: Ergänzungshefte, 121)
[81] Schultz, 1784, S. 9ff
[82] a.a.O., S. 12
[83] a.a.O., Widmungsschreiben; nicht paginiert
[84] ebenda
[85] ebenda
[86] Gauß schreibt an Olbers am 5. Sept. 1805: „Alles Brüten, alles Suchen [es geht um seine Vorzeichenbestimmung der "Gaussischen Summen"] ist 4 Jahre lang umsonst gewesen, traurig habe ich jedesmal die Feder wieder niederlegen müssen. Endlich vor ein paar Tagen ist's gelungen – aber nicht meinem mühsamen Suchen, sondern bloss durch die Gnade Gottes möchte ich sagen." (Briefwechsel mit Gauß, Werke, Briefwechsel mit Olbers, Bd. 1, Berlin 1900, S. 268)

dann einmal an Pater Thomas Esser: "Von mir wird der christlichen Philosophie zum ersten Mal die wahre Lehre vom Unendlichen in ihren Anfängen dargeboten."[87]

3.1.7. Pioniere mit Fernwirkung

Schultz hat in einem Lehrbuch für Studienzwecke, das er kurz nach dem Erscheinen seiner „Prüfung..." herausbrachte, den Inhalt seiner Theorie und den Gang der Auseinandersetzung mit den Gegnern noch einmal knapp darstellt:
„Der 18te [Lehrsatz des Euklid] aber ist sein eilfter berüchtigter Grundsatz, den er bloß deshalb als Grundsatz aufzuführen genöthigt war, weil er ihn nicht zu beweisen wußte. ... ... nach allen Versuchen, für diesen unächten Grundsatz einen demonstrativen Beweis ausfindig zu machen, war man am Ende nicht weiter, als Euklides war. Hr. Prof. *Klügel* zeigte dieses in seiner Disputation ... 1663, in welcher er 28 Versuche, theils diesen Grundsatz, theils die Lehre von den Parallellinien unabhängig von ihm zu beweisen, als unbefriedigend darstellte. Was seitdem von neuern Mathematikern hierin versucht worden, und auf welche Art ich endlich 1780 den so lange gewünschten Beweis fand, habe ich in der entdeckten *Theorie der Parallelen* 1784 gezeigt. Der Grund, warum man diesen so außerordentlich leichten und kurzen Beweis so lange hat übersehen können, lag bloß darin, weil man die Theorie der Winkel erschöpfen zu können glaubte, ohne dabey auf die unendlichen Flächen zwischen ihnen zu sehen, durch welche sie doch lediglich bestimmt werden. Natürlich mußte also diese den Geometern bisher fremde Betrachtungsart anfangs auffallen. Die aus bloßem Mißverstand dawider gemachten Einwürfe nebst ihrer Widerlegung, und wie eben vermittelst der Winkelflächen, auf denen sich der Beweis des eilften Euklidischen Grundsatzes gründet, selbst das ganze Gebiet des Unendlichgroßen dem Geometer nunmehr eben so messbar geworden, als das Endliche, findet man in meiner *Darstellung der vollkommenen Evidenz und Schärfe meiner Theorie der Parallelen* 1786, und vorzüglich in dem schon erwähnte *Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen* 1788." [88]

Schultz und eben auch Gensichen waren Pioniere. Sie waren mit ihren Gedanken sehr weit vorne – zu weit für Königsberg. Dort standen sie mit dem, was ihnen durch den Kopf ging, wohl allein da – von Kants kritischer Begleitung (Kants Lernen von Schultz, Schultz' Lernen von Kant) abgesehen. Auch die auswärtigen Rezensenten sagten Nein zu ihnen; die Tischgenossen bei Kant, die Kollegen an der Universität und noch stärker wohl die Nichtakademiker nahmen sie eher als *zu tiefsinnig*, wenn nicht als komische Käuze wahr. Irgendetwas trieb sie zweifellos um – aber was sollte das eigentlich sein? Sie „leben", wie die freundliche Formulierung Johann Georg Scheffners sagt, „im Himmel", bei den Sternen, im Unendlichen...[89] Einiges von dem, was in Teil 2.2. dieser Studie über den stillen, versonnenen Gensichen gesagt wird, hängt sicher damit zusammen, dass er, wie sein Lehrer Schultz, als Mathematiker seiner Zeit um Jahrzehnte voraus war. Auch die Unterbelichtung JFGs durch die frühen (zeitgenössischen) Königsberger Kantbiographen mag damit zusammen hängen. Sie konnten den Mann nicht einordnen und nicht bewerten.

---

[87] Knut Radbruch: Mathematik und Geisteswissenschaften, 1989, S. 88

[88] Johann Schultz: Anfangsgründe der reinen Mathesis. 1790, S. 282f

[89] „Die astronomischen und mathematischen Studien überhaupt verbinden aber auf eine wunderbar rührende Weise ihre Verehrer und Kenner. Eine Herzlichkeit und Treue herrsche unter ihnen, die unbeschreiblich sey. Sie leben im Himmel und jeder kann sich dem andern leicht verständigen." J. Fr. Abegg: Reisetagebuch 1798. Frankfurt (Main) 1976, S. 261.

Seit Schultz’ und Gensichens Tod (1805 bzw. 1807) haben deren innovativen Ansätze in Königsberg keine Rolle mehr gespielt. Der preußische Staat, auch die preußische Universität musste neu erfunden werden. In den Augen der Neugestalter konnte nun aus der veralteten und provinziellen Universität endlich eine echte Forschungsstätte werden; und, ganz wichtig, auch mit anderen Mathematikern. Und so beginnt bis heute für viele Historiker die Königsberger Mathematik überhaupt erst 1810 mit Friedrich Wilhelm Bessel.[90]
Aber tatsächlich war es anders: Es gibt – wenn auch zeitweise fast unsichtbare – Wirkungslinien von beiden Königsberger Mathematikern sowohl zum neueren Verständnis der Parallelentheorie als auch der unendlich großen Mengen. Namentlich zu nennen sind Sylvestre Lacroix, Bernard Bolzano, August Crelle, David Hilbert, Georg Cantor, Richard Dedekind.[91] Nur diese eine Linie sei hier etwas ausgezogen: *Von Schultz über Bolzano zu Dedekind.*

B e r n a r d B o l z a n o griff Königsberger Impulse das Unendliche betreffend auf.
Schon 1803 hatte er einen Aufsatz über das Problem der Parallellinien geschrieben. Der genaue Titel dieses Aufsatzes: „Versuch die ersten Lehrsätze von Dreiecken und Parallellinien mit Voraussetzung der Lehre von der geraden Linie zu beweisen“[92]. Bolzano versucht darin, „mittelst der Lehre von der Ähnlichkeit der Dreiecke die bekannte Lücke in der Theorie der Parallelen zu ergänzen“ (S. 13). Kurz gesagt, herrschen danach in einem rechtwinkligen Dreieck ABC die gleichen Verhältnisse wie in einem Dreieck, bei dem die Hypotenuse und die Ankathete zu Winkel a so verlängert werden, dass ein größeres Dreieck entsteht. Wenn letzteres Dreieck ebenfalls rechtwinklig ist, ähnelt es dem ersteren. Bolzano formuliert seine Argumentationskette so: „Alle gerade Linien sind ähnlich ... Zwey Dreyecke, in denen zwey Seiten um einen gleichen eingeschlossenen Winkel proportioniert sind, sind selbst ähnlich ... Ähnliche Winkeln sind gleich ... In ähnlichen Dreyecken sind also die Winkeln, die proportionierten Seiten entgegenstehen, gleich“ (S. 10ff.).
Nachdem Bolzano damit die Parallelentheorie gestützt hat oder zu haben glaubt, weist er auf die „allgemein anerkannte“ Unzulänglichkeit der bisherigen „Bemühungen der Geometer“ (S. 42) um die Parallelen hin. An dieser Stelle nennt er Namen von Zeitgenossen: Johann Schultz, Johann Friedrich Gensichen und Lazarus Bendavid. Offenbar hat Bolzano seinen eigenen Vorschlag aufgrund der Lektüre von deren Schriften zur Parallelentheorie gemacht und versteht seine Schrift als kritischen Beitrag dazu. Tatsächlich finden sich auch deren Broschüren zur Parallelentheorie in Bolzanos Bibliothek.[93]

Er macht folgende Bemerkungen: Schultz gehe von „noch nicht überall genehmigten Grundsätzen vom Unendlichen“ aus und habe „eine heterogene Betrachtung von der unendli-

[90] Peter Roquette: Die Königsberger Mathematiker – Vorwort. In: Jahrbuch der Albertus-Universität zu Königsberg. Hg. v. Dietrich Rauschning u. Donata Nerée. Berlin 1995, S. 459-463. Zitat: S. 459.
[91] Gerd Schubrig 1982: Ansätze zur Begründung theoretischer Terme in der Mathematik. Die Theorie des Unendlichen bei Johann Schultz (1739-1805). In: Historia Mathematica, 9 (4), 441-484.
[92] Bernhard Bolzano: Versuch die ersten Lehrsätze von Dreiecken und Parallellinien mit Voraussetzung der Lehre von der geraden Linie zu beweisen. In: B. B., Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementar-Geometrie (S. 1. – 43 der Broschüre) Prag 1804
[93] Siehe Jan Berg / Edgar Morscher (Hg.): Bernard Bolzanos Bibliothek. T. 1 u. 2, Sankt Augustin 2002, S. 33f von T. 2. Auch andere Beiträge zur Parallelentheorie befinden sich in dieser Bibliothek (von Schweickart 1807, Crelle 1816, Hauff 1821 und Bürge 1824) – aber keine, die vor dem Schultz-Bendavid-Gensichen-Band erschienen wäre.

chen Fläche des Winkels“ (S. 42). Damit nimmt er die häufig geäußerte Kritik auf, dass man über die Größe von Winkelflächen keine mathematisch verlässlichen Angaben machen könne, wenn die Begrenzungsfläche (dritte Seite eines Dreiecks) fehle. Zu Gensichens Schrift bemerkt er, dieser beabsichtige „mit Anwendung vielen Scharfsinns nur die Schwierigkeiten vom Unendlichen zu heben“, seine Schrift leide aber an der gleichen „heterogenen Betrachtung von der unendlichen Fläche des Winkels“ wie Schultz’ Schrift.
Bolzano kann also offenbar nichts anfangen mit der „heterogenen Betrachtung“ von Schultz und Gensichen. Er selbst argumentiert mit einem größeren, aber ähnlichen Dreieck, das gleiche Winkel hat wie das kleinere. Aber Schultz und Gensichen argumentieren gerade ohne Rückgriff auf Dreiecke: „...daß die Größe eines ebenen Winkels durch die Größe der Ebene bestimmt wird, die zwischen seinen ohne Ende verlängerten Schenkeln liegt“ (Schultz, Vorrede zur „Darstellung der vollkommenen...“). Eine dritte Seite (die zu einem Dreieck nötig ist) passt gar nicht in ihre Argumentation. – Noch Jahre später, zwischen 1810 und 1816, verweist Bolzano auf seine „kleine Schrift“ von 1804.[94]

Später zitiert Bolzano Schultz zum Thema Unendliches: „Wenn das Wiederholen der Einheit irgend einmal aufhört, d. i. völlig begrenzt ist: so heißt der Körper endlich.“[95] Der 1987er Herausgeber Berg bemerkt allerdings zu diesem Satz: „Der von Bolzano angeführte Satz kommt in keinem dieser Paragraphen vor; offenbar stellt er eine Paraphrase dar.“[96] – Aber Berg hat sich geirrt; tatsächlich zitiert Bolzano hier nicht aus Schultz’s „Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen“, sondern aus „Anfangsgründe der reinen Mathesis“ von 1790. Genau heißt es dort: „Das Einmalnehmen eines Quanti a heißt seine Einheit, sein unbestimmtes Etlichemalnehmen die Menge derselben. Wenn dieses Wiederholen irgend einmal aufhört, d. i. völlig begrenzt ist; so heißt sie unendlich.“[97]

Erst in seinen „Paradoxien des Unendlichen“ (Leipzig 1851, S. 85-87) geht Bolzano genauer auf Schultz’ Theorie ein – allerdings mit der Einschränkung, dass der „Vortrag“ von Schultz ihm (immer noch) „nicht vor Augen“ liege. Dann aber schreibt er, gegen Schultz’ „Vordersätze“ sei nichts einzuwenden. Das ist neu. Diese „Vordersätze“ gibt Bolzano so wieder: Johann Schultz wollte die Größe des ganzen „unendlichen Raumes berechnen, indem er aus dem Umstande, dass sich aus jedem gegebenen Punkte a nach allen Seiten hin ... gerade Linien in das Unendliche hinausgezogen denken lassen, und aus dem ferneren Umstande, dass jeder nur immer gedenkbare Punkt m des ganzes Weltraumes in einer und nur in einer dieser Linien liegen müsse, sich zu dem Schlusse berechtigt hielt, daß man den ganzen unendlichen Raum als eine *Kugel* ansehen dürfe, die aus dem willkürlich gewählten Punkte a mit einem Halbmesser von der Größe = ∞ beschrieben wäre; woraus sich ihm sofort ergab, daß der ganze unendliche Raum genau nur die Größe $^4/_3\pi\ \infty^3$ habe. Es wäre ohne Zweifel einer der wichtigsten Lehrsätze der Raumwissenschaft, wenn dies als wahr gerechtfertigt werden könne.“ (S. 85f.) Und wenige Sätze später schreibt Bolzano: „Gefehlt und ganz offenbar gefehlt hat Schultz nur darin, „daß er die Geraden, die aus dem Punkte a nach allen Richtungen ins Unbegrenzte hinaus

[94] Bernard Bolzano: Neue Theorie der Parallelen. In: B. B., Nachgelassene Schriften, Bd. 5, Stuttgart – Bad Cannstatt 1977, S. 133 – 138.
[95] B. B., Gesamtausgabe, Reihe I, Schriften, Bd. 11, 2. Teil: Wissenschaftslehre, §§ 46-90, Hg. v. Jan Berg. Stuttgart-Bad Cannstatt 1987, S. 215
[96] a. a. O., Anm. 252
[97] J. Schultz, Anfangsgründe der reinen Mathesis, 1790, S. 36, Erklärung 12 § 13.

gezogen sein müssen, wenn jeder Punkt des Raumes in irgendeiner derselben gelegen sein soll, dennoch als *Halbmesser*, somit als beiderseits begrenzten Linien annahm.“

Bolzano will ganz offensichtlich zeigen (so ja auch der Buchtitel), dass *sehr häufig gerade dann* Paradoxien auftreten, wenn jemand sich mathematisch (oder auch anders) mit dem Unendlichen befasst. Daher sei es nötig, den Begriff der Paradoxie genauer zu untersuchen. Paradoxien sind aber (nach Bolzano) für eine Theorie des Unendlichen kein Makel, den es zu beheben gelte, sondern sie sind die Regel. Paradoxie ist gerade diejenige Eigenschaft unendlicher Mengen, die diese von endlichen Mengen unterscheidet. Eine unendliche Menge kann danach so viele Elemente enthalten wie eine ihrer Teilmengen. Unendliche Mengen können also Teilmengen beinhalten, die gleichmächtig zu ihnen sind.[98]

Mathematikgeschichtlich wichtig ist nun, dass Georg Cantor Bolzanos Buch von 1851 besaß. 1882 sandte Cantor es an Dedekind; und dieser bezieht sich deutlich auf Bolzanos Buch, wenn er seine Definition unendlicher Mengen vorträgt. Dedekinds berühmter Satz „Es giebt unendliche Systeme“ findet sich erst in der zweiten (der 1887er) Fassung seines Buches „Was sind und was sollen die Zahlen?“, das dann 1888 gedruckt erschien. Dann heißt es dort in einer Anmerkung: „Eine ähnliche Betrachtung [wie die von Cantor] findet sich in § 13 der Paradoxien des Unendlichen von Bolzano (Leipzig 1851.“)[99]

Neuerdings hat Gert Schubrig die Aufnahme und Bewertung von Schultz’ Arbeiten dargestellt und kritisch-positiv gewürdigt. Er schreibt, nicht Schultz’ theoretischer Ansatz sei fehlerhaft, sondern lediglich die versuchte Anwendung auf eine *Geometrie des Unendlichen* sei inkonsequent gewesen. Zukunftsweisend sei hingegen „die Trennung der Begriffe von Zahl und Größe, die Einführung des Begriffs der Menge als Verallgemeinerung des Zahlbegriffs für das Unendliche und die Trennung des Unendlich-Kleinen vom Unendlich-Großen.“[100]

---

[98] Bolzano, Paradoxien, § 20
[99] R. Dedekind: Was sind und was sollen die Zahlen? 4. Aufl. 1918, § 5 auf S. 17 – Mehr dazu bei P. Dugac: Richard Dedekind et les foundements des mathématiques. Paris 1976, S. 80ff. – Von Bolzanos Schriften ist später noch mehr veröffentlicht worden; darin sieht er Schultz’ Ansatz viel kritischer. Hineinbegeben in diese fachlich-biographische Verästelung kann ich mich nicht. Mehr dazu aber bei Detlef D. Spalt: Die Unendlichkeiten bei Bernard Bolzano. In: Gert König (Hg.): Konzepte des mathematisch Unendlichen im 19. Jahrhundert. Göttingen, 1990 S. 189ff.
[100] Gert Schubrig, a. a. O., S. 441